

## 人口減少の罠は脱出できるか？

—人口転換論（Demographic Transition Theory）を中心に—

Can We Escape from the Trap of a Decrease in Population?  
—From the Viewpoint of Demographic Transition Theory—

小黒一正（財団法人世界平和研究所）

Kazumasa OGURO, Research Fellow Institute for International Policy Studies (IIPS)

### 要旨

本稿では、Galor-Weil [2000] モデルに内生の死亡率（平均寿命）を組み込み、主に人口転換論の視点から、現在わが国で進行している人口減少の理論分析を行っている。これは次のことを明らかにする。まず一つは、仮に技術進歩が人口規模に依存しないならば、現在わが国で進行している人口減少は恒常化する可能性が高いことである。もう一つは、仮に技術進歩が人口規模に依存するとしても、今後とも長寿化が進展するならば、人口減少が継続する可能性が高いことである。

また、実証分析として、上記の判別のため、先進5カ国のOECDデータ等をもじいて、人口規模が技術進歩に与える影響と、長寿化が出生数に与える影響を推定したところ、有意であるとの結論が得られた。このため、この実証分析からは、今後とも長寿化が進展する限り、人口減少が継続する可能性が高いことが明らかとなった。

### Abstract

In this paper, we analyze the decreasing population, which is currently advancing in Japan, from the viewpoint of Demographic Transition Theory, by using the improvement model with endogenous mortality rate in the model of Galor and Weil [2000].

This clarifies that 1) if the technical progress is independent on the size of population, the possibility that the decreasing population will perpetuate is high, and 2) in the case that the technical progress is dependent on the size of population, if the life expectancy will go up in the future, the possibility that the decreasing population will continue is also high.

Next, we tried the positive analysis about the following influences: 1) the influence which the size of population has on the technical progress, by using the OECD data, etc of some developed countries and 2) the influence which the life expectancy has on the birth rate. Then we obtained the conclusion that these influences were significant. Therefore, as long as the life expectancy will go up in the future, we clearly show the possibility that the decreasing population will continue is high.

キーワード：人口転換論、技術進歩、規模効果

Keywords: Demographic Transition Theory, Technical Progress, Scale Effect

JEL区分：O10, J10, J11

### 1. はじめに

本稿の目的は、Galor and Weil [2000] モデルに内生の死亡率を組み込み、主に人口転換論の視点から、現在わが国で進行している人口減少の継続可能性を分析することにある。具体的には、出生率と死亡率との関係を、技術進歩と教育投資との関係を通して分析する（図1）。

特に、死亡率の導入は、Galor and Weil [2000] では明確に議論されていなかった人口減少のメカニズムを明らかにする。具体的には、次の2点が明らかとなる。まず一つは、仮に技術進歩が人口規模に依存しないならば、現在わが国で進行している人口減少は恒常化する可能性が高いことである。もう一つは、仮に技術進歩が人口規模に依存するとしても、今後とも長寿化が進展するならば、人口減少が継続する可能性が高いことである。また、実証分析として、上記を判別するため、先進5カ国（日本、アメリカ、イギリス、ドイツ、フランス）におけるOECDデータ等をもじいて、人口規模が技術進歩に与える影響（プラスの相関）と、長寿化が出生数に与える影響（マイナスの相関）の推定を行っている。その結果によると、これらはともに有意である可能性が高いことが明らかとなる。これは、国連 [2005] による今後の長寿化の予測を踏まえると、わが国は既に長期的な人口減少フェーズに入っている可能性が高いことを示唆する。

ところで、そもそも、「人口転換（Demographic Transition）」とは、「多産多死」から「少産少死」への変化を表す包括的概念をいう。Notestein [1945] は、この概念を西欧諸国の歴史的経験から導き、帰納的理論としての「人口転換論」を確立した。

また、Galor and Weil [2000] は、経済学の視点から、出生率が技術進歩と教育投資との関係を通じて内生的に決定されるOLGモデルを構築し、人口転換を説明した。このモデルは、

マルサス的段階からポスト・マルサス的段階、さらに近代成長段階へと至る「人口転換」プロセスを理論的に説明する。だが、Galor and Weil [2000] は、人口転換論との関係でいくつかの改良や考察を深める余地をもつ。

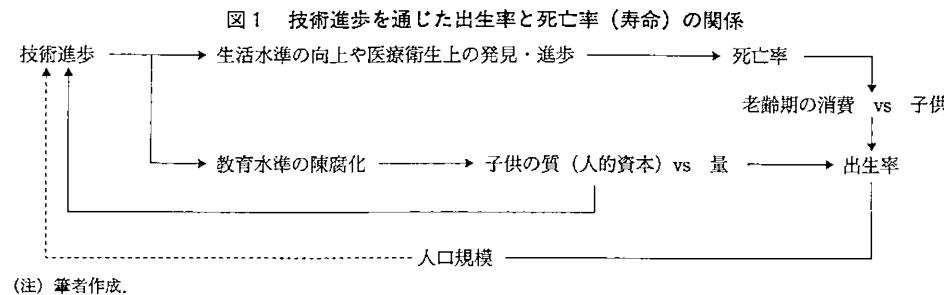
まず一つは、人口転換と死亡率の関係である。そもそも、人口転換は、人口学上、生活水準の向上や医療衛生上の発見・進歩による「死亡転換」と、教育投資など子供コストの増加による「出生力転換」から説明されることが多い。また、阿藤 [2000] 等も指摘するように、フランスという一部例外<sup>1)</sup>があるものの、人口転換期には、まず死亡率の低下（死亡転換）が先行し、それに追随して出生率も低下（出生力転換）していく事実が観測される。そして、Cleland [2001] は、出生力転換の要因には教育投資などの子供コストの増加が関係するものの、その要因群で中心的位置を占めるのは死亡転換とする。しかし、Galor and Weil [2000] は出生力転換をモデルに組み込みつつも、死亡転換は明示的に導入し分析していない。また、この他にも、人口転換に関する先行研究としてBecker and Barro [1988] 等があるが、このうち、死亡転換との関係を分析するものは少ない。筆者の知る限り、先駆的研究のYakita [2001] が唯一、出生率と死亡率は負の相関をもつ可能性を理論的に示唆するのみである。

また、もう一つは、人口減少の継続可能性に関する判別である。Galor and Weil [2000] は人口転換の説明に重心を置くが、わが国のように人口減少に突入した国においては、人口減少が将来のどの時点まで継続する可能性をもつかという見通しは、今後の財政・社会保障改革において重要な視点となる。

以上から、出生力転換と死亡転換の両方を内生とするモデルを構築し、分析する意義は大きいと思われる。

なお、本稿の構成は次のとおりである。まず、

1) 詳細はVan de Walle [1974] を参照せよ。



(注)筆者作成。

第2節では、国連加盟国の平均寿命や出生率の時系列データをもちいて人口転換のグローバル化を概観する。その上で、子供を消費財とみなすことにより、死亡率低下も出生率低下の要因の一つとなっているとの仮説を提示する。また、第3節では、Galor and Weil [2000] のモデルに死亡率を組み込み、出生率と死亡率が技術進歩と教育投資との関係を通じて内的に決定されるOLGモデルを構築する。そして、第4節では、このモデルから、いくつかの命題を導出し、この判別に関する実証分析を行う。最後の第5節では、まとめと今後の課題を述べる。

## 2. グローバル化する人口転換—出生力転換を加速する死亡転換と一つの仮説—

本節では、Lee [2003] と同様、国連 [2005] が公表する加盟国の平均寿命 (Life Expectancy at Birth) と合計特殊出生率 (TFR: Total Fertility Rate) の時系列データに基づき、人口転換のグローバル化を概観し、それから TFR 減少の要因の一つとしてのある仮説を提示する。

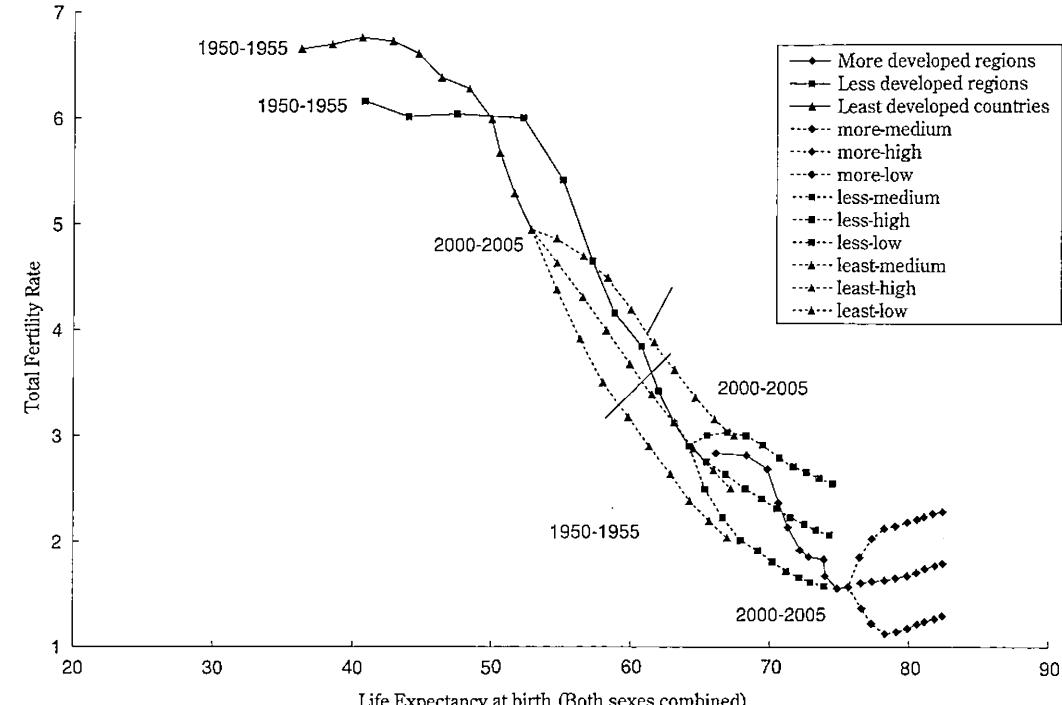
冒頭に紹介したように、人口転換論は「人口転換=死亡転換(mortality transition)+出生力転換(fertility transition)」から成り立つが、多くの先進国において、人口転換は死亡率の長期低下から始まっている。阿藤 [2000] 等によると、この死亡転換の要因としては、近代医薬の発達・公衆衛生上の進歩や生活水準の向上等による複合要因説が有力であるが、人口転換は、まず死亡率が先行的に低下（平均寿命の延び）

し始め、その後出生率が低下していく、「多産多死から少産少死へ」のプロセスとして特徴づけられる。そこで、この確認のため、国連 [2005] データから、加盟国の平均寿命と合計特殊出生率の推移をグラフ化したもののが図2である<sup>2)</sup>。これをみると、明らかに、人口転換はグローバル化しており、出生率と平均寿命は負の相関をもつ。だが、一般的な議論では、平均寿命が出生率に与える影響を明示的に想定しないケースが多い。これは、近代化による死亡率低下は直感的に自明のため、出生率低下の要因を中心議論することが多いためと思われる。

しかし、死亡転換と出生力転換が完全に独立であるとは限らない。むしろ、死亡転換は出生力転換に一定の影響を与えている可能性がある。特に、Cleland [2001] は、出生力転換の要因には教育投資など子供コストの増加が関係するものの、その要因群において中心的位置を占めるのは死亡転換とする。このため、本稿は、子供の量・質に関する Becker [1960] 等の議論を前提に、子供を消費財とみなすと、平均寿命の延びは、老齢期の消費の重要性を高める効果を

2) このうち、先進地域 (More developed regions) とはオーストラリア、ニュージーランド、ヨーロッパ、北アメリカ、日本であり、開発途上地域 (Less developed regions) とはアフリカ、インドや中国等のアジア（日本を除く）、ラテンアメリカ、オーストラリアとニュージーランドを除くオセアニアを、また、後発開発途上国 (Least developed countries) とは開発途上国の中でも特に開発の遅れた国々として国連が認定しているもので、サブ・サハラ・アフリカの多くやバングラデシュ、コロンビアなど現在50カ国を指す。

図2 発展地域ごとの出生率と平均寿命の推移とその予測  
Life Expectancy and Total Fertility Rate with Population Growth Isoquants : Past and Projected Trajectories for More, Less and Least Developed Countries, 1950-2050



(資料) United Nations, "World Population Prospects: The 2004 Revision" 等から作成。

通じて、出生率低下の要因となるとの仮説を提示する。厳密な形での一般均衡分析は第3節で扱い、この節では部分均衡分析によって、この仮説を説明する。

まず、議論の単純化のため、寿命に不確実性がある小国開放経済を考える。各世代は同質的で現役期と老齢期の2期間を生き、老齢期首に  $p$  の確率で死亡する。そして、各世代はライフサイクル仮説のもと、現役期の消費を  $C_1$ 、老齢期の消費を  $C_2$ 、生涯賃金を  $W$ 、金利を  $r$ 、教育投資などの子供コストを  $z$ 、出生数<sup>3)</sup>を  $n$  として、以下の生涯予算制約に従うとする<sup>4)</sup>。

3) ここでの出生数は乳児死亡率込みの出生数とする。  
4) これは年金保険市場が存在する場合のものである。すなわち、各世代は現役期に  $(1-p)M/(1+r)$  の保険料を支払い、老齢期首に生存している場合には  $C_2=M$  の年金を

ただ、子供コスト  $z$  は、生涯賃金  $W$  が高くなるほど上昇し、それは教育投資水準  $z$  をもついて  $z \equiv \xi W$  と表現できるものとする。

$$zn + C_1 + (1-p) \frac{C_2}{1+r} = W \quad (1)$$

また、各世代の生涯効用  $U$  は以下とする<sup>5)</sup>。

もう一件事情を意味する。年金保険市場が存在しない場合は  $zn + C_1 + C_2/(1+r) = W$  となるが、(3)式の出生数は同じとなるため、以下の議論は本質的に変わらない。

5) この効用関数は、子供は現役期に消費し、老齢期にはその効用を得ない非耐久財とみなすものである。ただ、子供を「耐久」消費財とみなしても、出産・育児時点の現役期から次第に減価する財とすれば、以下の議論は本質的に変わらない。また、この減価の解釈としては、子供の物的老人化や、成人後の利己主義化による子供の価値の低下等を想定する。その場合、この効用関数は簡略化のため、老齢期に耐久財である子供から得る効用はゼロをしていると思えばよい。なお、一般に、 $t$  時点での非耐久

$$U = \alpha \log n + \beta \log C_1 + \gamma \log C_2 \\ (\text{where } \alpha + \beta + \gamma = 1)$$

このとき、老齢期首の死亡率  $p$  である各世代の期待効用  $E(U)$  は以下となる。

$$E(U) = \alpha \log n + \beta \log C_1 + (1-p)\gamma \log C_2 \\ \propto \alpha_p \log n + \beta_p \log C_1 + \gamma_p \log C_2 \\ (\text{where } \alpha_p + \beta_p + \gamma_p = 1), \quad (2) \\ \text{where } \alpha_p = \alpha/(1-p\gamma), \beta_p = \beta/(1-p\gamma), \\ \gamma_p = (1-p)\gamma/(1-p\gamma) = 1 - (1-\gamma)/(1-p\gamma)$$

この(2)式では、死亡率  $p$  が低下すると、老齢期の消費に関する第3項の係数  $\gamma_p$  は上昇する。他方で、現役期の消費や出生数に関する第1項の係数  $\alpha_p$  や第2項の係数  $\beta_p$  は低下する。これは、子供を消費財とみなすと、死亡率の低下（平均寿命の延び）は、現役期の消費や出生数よりも、老齢期の消費を重視させる効果をもつことを表す。また、各世代は(1)式の予算制約のもと、(2)式の期待効用を最大化するように出生数  $n$  を決定すると、その値は簡単な計算で以下となる。

$$n = \frac{\alpha}{(1-p\gamma)\zeta} \quad (3)$$

これは死亡率  $p$  の増加関数だから、医療技術の発見・進歩などで「死亡転換」が起こり、平均寿命が延びると、出生数が低下することを意味する。つまり、死亡転換は出生力転換を加速させる。では、死亡転換が人口動態に及ぼす影響はどうか。この影響は、以下の世代人口成長率  $G_N$  で把握できる<sup>6)</sup>。

$$G_N = n - 1 = \frac{\alpha}{(1-p\gamma)\zeta} - 1 \quad (4)$$

財の消費を  $C_t$ 、耐久消費財の保有価値を  $D_t$  とすると、その時点の効用は  $U(C_t, D_t)$  となるが、非耐久財の消費経路を平準化しても、耐久消費財の価値が次第に減価すると、その効用は低下していく。詳細は Adda and Cooper [2003] を参照せよ。

6) 議論の単純化のため、(1)式と(2)式の意思決定を行う各世代の単位構成は代表的個人（1人）としている。

この式から、人口減少（人口増加）であるならば、以下が成り立つ。

$$\begin{aligned} \text{人口減少（増加）} G_N < 0 (> 0) \Leftrightarrow \\ \gamma < \Gamma(p, \zeta) &\equiv \frac{\zeta - \alpha}{p\zeta} (\gamma > \Gamma(p, \zeta)) \end{aligned} \quad (5)$$

この(5)式の  $\Gamma(p, \zeta)$  は  $p$  の減少関数、 $\zeta$  の増加関数である。このため、死亡率  $p$  が低下、または教育投資水準  $\zeta$  が上昇すると、人口減少に陥る可能性が高くなる。そして、(2)式の期待効用における老齢期の消費に関する比重  $(1-p)\gamma$  は 1 未満のため、 $(1-p)\Gamma(p, \zeta) > 1$  を満たすとき（=教育投資水準が  $\zeta > Z_p \equiv \alpha/[1 - p/(1-p)]$  を満たすとき）は、必ず人口減少となる。この  $Z_p$  は死亡率  $p$  の増加関数である。このため、死亡率  $p$  が低下すると  $Z_p$  は減少するから、仮に教育投資水準  $\zeta$  が変化しなくとも、人口減少となる可能性は高まる。

以上のとおり、出生力転換の要因には人的資本蓄積のための教育投資水準が作用していると考えられるが、死亡転換も出生力転換を加速する要因となっている可能性をもつ。

ただ、上記の議論は部分均衡分析であり、死亡率や教育投資水準、または生涯賃金が外生変数として扱われ、それら変数が内生化されていない。したがって、現在わが国で進行している人口減少が今後も継続する可能性を判別するには限界のあるモデルとなっている。このため、次節では、一般均衡分析として、Galor and Weil [2000] モデルに内生の死亡率を組み込み、現在わが国で進行している人口減少の継続可能性を分析する。

### 3. モデルの概要

本節では、Galor and Weil [2000] モデルに内生の死亡率を組み込み、出生率や死亡率が、技術進歩や教育投資を通じて決定される OLG モデルを構築する。具体的には、以下の手順で構築する。

#### 3.1 生産部門

まず、Galor and Weil [2000] と同様、このモデルの生産要素は、労働人口を  $L_t$  として、土地  $X$  と効率単位で測った労働投入量（以下「人的資本」という） $H_t \equiv h_t L_t$  であり、また、生産関数  $Y_t$  は技術ストック  $A_t$  をもちいて以下であるとする。

$$Y_t = A_t H_t^{1-\theta} X^\theta \quad (\text{where } \theta \in (0, 1)) \quad (6)$$

すると、この式は、労働者一人あたりの人的資本  $h_t$  や労働土地比率  $x_t \equiv \frac{X}{L_t}$  をもちいて次のように変形できる。

$$y_t = A_t h_t^{1-\theta} x_t^\theta \quad (7)$$

また、議論を簡略化し、技術進歩と教育投資が出生数と死亡率に与える影響に注目するため、Galor and Weil [2000] と同様、土地に所有権はなく、生産部門は完全競争に直面しているとする。このとき、効率単位で測定した賃金  $w_t$  は以下のように表現できる。

$$w_t = A_t (x_t / h_t)^\theta \quad (8)$$

#### 3.2 各世代の生涯予算制約

第  $t$  世代はライフサイクル仮説のもと、生涯計画を立て行動する。具体的には、死亡率を  $p_t$ 、生涯賃金を  $w_t$ 、 $h_t$ 、生涯消費<sup>7)</sup>を  $C_t$ 、子供一人あたりの教育投資水準を  $\zeta_{t+1}$ 、出生数を  $n_{t+1}$  として、以下の生涯予算制約に従うとする<sup>8)</sup>。また、教育投資水準や生涯消費には下限  $\xi$  や  $\bar{C}$  が存在するものとする。

$$\xi_{t+1} w_t h_t n_{t+1} + (1-p_t) C_t = w_t h_t, \quad (9) \\ \text{where } \xi_t \geq \xi \text{かつ } C_t \geq \bar{C}$$

#### 3.3 各世代の期待効用と死亡率

また、前節と同様、第  $t$  世代の寿命には死亡率  $p_t$  の不確実性が存在し、各世代は子供の人的資本や賃金を含め、以下の期待効用を最大化するように、出生数や教育投資水準を選択する。

$$E(U_t) = (1 - \gamma(1-p_t)) \log n_{t+1} w_{t+1} h_{t+1} + \gamma(1-p_t) \log C_t \quad (10)$$

ただし、死亡率  $p_t$  は医療技術の発見・進歩等を含む技術ストック  $A_t$  の減少関数であり、その下限を  $\tilde{p}(>0)$ 、技術進歩を  $g_t \equiv (A_t - A_{t-1})/A_{t-1}$  として以下の制約を満たすものとする。また、 $\xi < 1 - \gamma(1 - \tilde{p})$  とする。

$$p_t = p(A_t), \quad \text{where } \lim_{A \rightarrow \infty} p_t = \tilde{p} \quad (11) \\ \text{かつ } p_A < 0 \text{かつ } A_t = A_0 \prod_{j=1}^t (1 + g_j)$$

#### 3.4 人的資本や教育水準・技術進歩との関係

さらに人的資本  $h_t$  は以下のとおり、教育投資水準  $\zeta_t$  の増加関数で、かつ  $h_{k, g_t}(\zeta_t, g_t) > 0$ 、 $h_{k, g_t}(\zeta_t, g_t) < 0$  であって、Schulz [1964] 等に基づき技術進歩  $g_t$  の減少関数とする<sup>9)</sup>。なお  $h_X$  は  $X$  の偏微分を表す。

$$h_t = h(\zeta_t, g_t) \quad (12)$$

他方、Galor and Weil [2000] と同様、技術進歩  $g_{t+1}$  は以下のとおり、前期の教育投資水準  $\zeta_t$  の増加関数で、かつ、仮に前期の人口規

7) 以下では、論点を明確化するため、現役期の消費を省略し、老齢期の消費=生涯消費として議論を展開していくが、この設定は問題の本質を変更するものではない。詳細は Galor and Weil [2000] [1996] を参照せよ。

8) 前節と同様、これは年金保険市場が存在する場合のものである。年金保険市場が存在しない場合の生涯予算制約は  $\xi_{t+1} w_t h_t n_{t+1} + C_t = w_t h_t$  となるが、そのケースも以下の議論は本質的に変わらない。

9) この技術進歩が人的資本に与える Schulz [1964] の効果は Galor and Weil [2000] と同様の設定としている。それは直感的に次のように説明できる。教育投資水準は子供の人的資本を高める効果をもつが、IT 革命等の技術進歩はその投資を陳腐化させる効果をもつ。すなわち、技術進歩は人的資本が陳腐化するスピードを高め、それが人的資本の教育投資水準に対する限界収益を上昇させる。これが、技術進歩が人的資本に与える Schulz [1964] の効果である。

模  $L_t$  に依存するならばその増加関数とする。また、教育投資水準に対する技術進歩の増加は遞減的 ( $g_{\xi, g}(g_t, L_t) < 0$ ) で、任意の  $L_t$  に対して  $g(0, L_t) = 0$  とする。

$$g_{t+1} = g(\xi_t, L_t) \quad (13)$$

### 3.5 効用最大化の条件

以上の設定のもと、各世代が自らの期待効用を最大化すると、以下を得る（詳細は「補論A」参照）。

$$n_{t+1}\zeta_{t+1} = \begin{cases} 1 - \gamma(1-p_t) & \text{if } w_t h_t \geq \tilde{w}h \equiv \frac{\tilde{C}}{\gamma} \\ 1 - \frac{\tilde{C}}{w_t h_t} & \text{if } w_t h_t \leq \tilde{w}h \end{cases} \quad (14)$$

$$\zeta_t = \begin{cases} \zeta(g_t) & \text{if } g_t \geq \tilde{g} \\ \xi & \text{if } g_t \leq \tilde{g} \end{cases} \quad (15)$$

ただし、 $n_{t+1} = n(\zeta_{t+1}, A_t)$  とすると、 $n_{g_{t+1}}(\zeta(g_{t+1}), A_t) < 0$  かつ  $n_A(\zeta(g_{t+1}), A_t) < 0$  であり、また、 $\zeta_{g_t}(g_t) > 0$  (if  $g_t \geq \tilde{g}$ ) が成り立つ。なお、これは、教育投資水準は技術進歩の増加関数となることを意味するが、最後に、(15)式の追加的仮定として、以下のとおり、その増加は技術進歩に対して遞減的とする。

$$\zeta_{g_t, g}(g_t) < 0 \quad (\text{if } g_t \geq \tilde{g}) \quad (16)$$

以上がモデルの概要である。このモデル体系は、4つの内生変数 ( $p_t, n_t, \zeta_t, g_t$ ) に関する4本の方程式 ((11)・(13)・(14)・(15)式) から構成され、特に  $(\zeta_t, g_t)$  に関する (13)・(15)式が中心となっている。これは技術進歩や人的資本（教育投資）が、人口転換 (=死亡転換 + 出生率転換) に影響を与えていているメカニズムと関係している。

## 4. モデル分析と実証分析

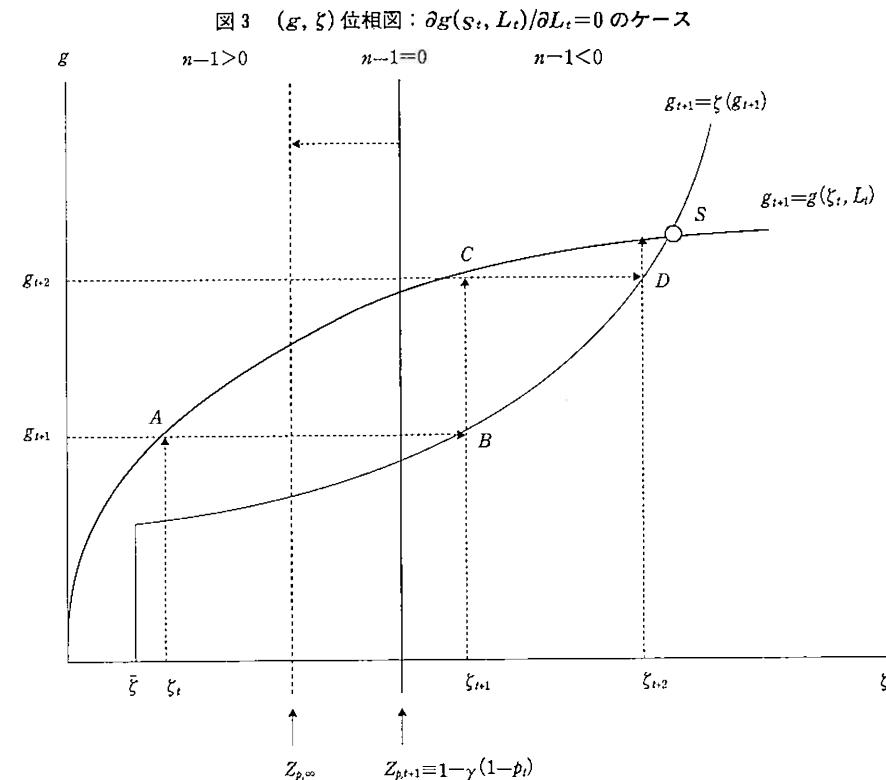
本節では、まず、前節のモデルにより、技術進歩や教育投資水準が、出生率や死亡率に与える影響のメカニズムを概観する。その上で、い

くつかの命題を導く。また、後半では、この命題の判別を行うため、先進5カ国（日本、アメリカ、イギリス、ドイツ、フランス）におけるOECDデータ等をもとにした時系列パネル分析を行う。

### 4.1 モデル分析

前節のモデル体系の理解には、まず図3のように、その中心である(13)・(15)式を  $(g, \xi)$  位相図としてグラフ化するとよい。このため、教育投資水準  $\xi$  を横軸、技術進歩  $g$  を縦軸にとると、この図のように、(15)式は前節の議論から下に凸で傾き正の曲線となる。同様に、(13)式は上に凸で傾き正の曲線で、原点を通るものとなる。また、一般的に、(13)式と(15)式の交点は、1個と2個、または3個のケースがある（図3は1個のうち  $\xi > \xi_t$  のケースであり、他のケースは小黒 [2007] 「補論B」参照）。さて、もし(13)式の  $g_{t+1} = g(\xi_t, L_t)$  が人口規模に依存しないならば、このモデルでは、教育投資水準が  $t$  期において  $\xi_t$  から出発すると、次の  $t+1$  期の技術進歩  $g_{t+1}$  は点Aで決定される。そして、 $t+1$  期の技術進歩  $g_{t+1}$  が決まるとき、(15)式の  $\zeta_{t+1} = \zeta(g_{t+1})$  から、 $t+1$  期の教育投資水準  $\zeta_{t+1}$  は点Bで決定される。また、 $t+1$  期の教育投資水準  $\zeta_{t+1}$  が決まるとき、 $t+2$  期の技術進歩  $g_{t+2}$  は点Cで決定される。こうした手続きを繰り返すと、徐々に教育投資水準や技術進歩は上昇しながら、経済は(13)式と(15)式の交点である定常状態Sに向っていく。

また、図3の  $(g, \xi)$  位相図に、(14)式との関係を追加すると、人口転換 (=出生率転換 + 死亡率転換) との関係がよく分かるようになる。一人あたりGDPが十分大きい先進国においては  $w_t h_t \geq \tilde{w}h$  が成立しているため、出生率は  $n_{t+1}\zeta_{t+1} = 1 - \gamma(1-p_t)$  に従うことになる。したがって、第2節と同様、(世代の) 人口成長率  $G_{N,t+1} \equiv n_{t+1} - 1$  の符号は以下のように決定される ( $w_t h_t \leq \tilde{w}h$  のケースは小黒 [2007] 「補論B」参照)。



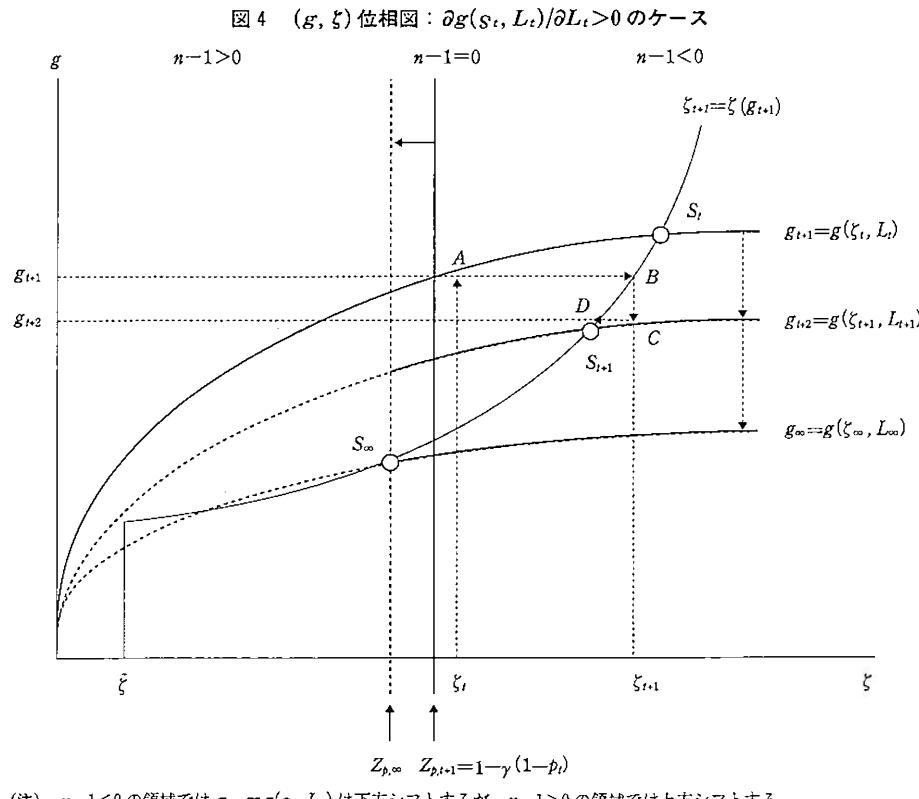
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{人口減少 } G_{N,t+1} < 0 \Leftrightarrow \zeta_{t+1} > Z_{p,t+1} \\ \quad (\text{where } Z_{p,t+1} \equiv 1 - \gamma(1 - p_t)) \\ \text{人口増加 } G_{N,t+1} > 0 \Leftrightarrow \zeta_{t+1} < Z_{p,t+1} \end{array} \right. \quad (17)$$

このため、図3のように直線  $\xi = Z_{p,t+1}$  を境に、その右側が人口減少  $G_{N,t+1} < 0$  の領域であり、左側が人口増加  $G_{N,t+1} > 0$  の領域、そして直線  $\xi = Z_{p,t+1}$  上が人口成長ゼロの領域となる。また、 $Z_{p,t+1}$  は死亡率  $p_t$  の増加関数であるが、(11)式から  $p_t$  は時間の経過と共に低下していくため、直線  $\xi = Z_{p,t+1}$  は時間の経過と共に左側にシフトしていく。すると現在、たとえ直線  $\xi = Z_{p,t+1}$  が(13)式と(15)式の交点Sの右側に位置していても、その極限の  $\xi = Z_{p,\infty} \equiv 1 - \gamma(1 - \bar{p})$  が点Sの左側に位置しているならば、定常状態は人口減少  $G_{N,\infty} < 0$  の領域に位置する。すなわち、 $g_{t+1} = g(\xi_t, L_t)$  が人口規模に依存しないとき、定常状態で、人口減少が恒常化す

るか否かは、交点Sと直線  $\xi = Z_{p,\infty}$  の位置関係によって決定される。なお、既に多くの先進国でのTFRは人口置換水準を下回っているが、これは現在、その教育投資水準が図3の点Bのように人口減少  $G_{N,t+1} < 0$  の領域にあることを示唆する。この場合、点Sは直線  $\xi = Z_{p,t+1}$  の右側にあることは明白なので、極限  $\xi = Z_{p,\infty}$  と比較するまでもなく、定常状態は人口減少  $G_{N,\infty} < 0$  の領域に位置する。これから、(11)式の  $\xi < 1 - \gamma(1 - \bar{p})$  に注意すると、一般的に以下の命題が成り立つ。

### [命題1]

$(g, \xi)$  位相図が図3のような状態で、技術進歩  $g_{t+1} = g(\xi_t, L_t)$  が人口規模に依存しないとき、定常状態は(13)式と(15)式の交点となる。また、ある  $t$  期で、 $w_t h_t \geq \tilde{w}h$  かつ、その教育投資水準が直線  $\xi = Z_{p,t+1}$  の右側、すなわち人



(注)  $n-1 < 0$  の領域では  $g_{t+1}=g(s_t, L_t)$  は下方シフトするが、 $n-1 > 0$  の領域では上方シフトする。

人口減少の領域にあるならば、人口減少は恒常化する。

この命題の前提が妥当とすると、現在わが国で進行している人口減少は恒常化する可能性が高くなる。ただ、これは技術進歩  $g_{t+1}=g(\xi_t, L_t)$  が人口規模に依存しないケースである。このため次に、図4をもちいて、技術進歩が人口規模に依存するケースを分析する。この図4のように、まず、 $t$ 期の教育投資水準が人口減少の領域（直線  $\xi=Z_{p,t+1}$  の右側）にある  $\xi$  から出発すると、次の  $t+1$  期の技術進歩  $g_{t+1}$  は点  $A$  で決定される。そして、 $t+1$  期の技術進歩  $g_{t+2}$  が決まると、(15)式の  $\xi_{t+1}=\xi(g_{t+1})$  から、 $t+1$  期の教育投資水準  $\xi_{t+1}$  は点  $B$  で決定される。この辺りまでは、技術進歩が人口規模に依存しないケースと同じだが、次の過程が異なる。まず、点  $B$  が人口減少の領域にあり、 $L_{t+1} <$

$L_t$  が成り立つことから、 $t+2$  期の技術進歩  $g_{t+2}$  を決定する曲線  $g_{t+2}=g(\xi_{t+1}, L_{t+1})$  は、 $t+1$  期の曲線  $g_{t+1}=g(\xi_t, L_t)$  の下方にシフトする。その結果、 $t+2$  期の技術進歩  $g_{t+2}$  は点  $C$  で決定される。こうした手続きを繰り返すと、徐々に教育投資水準や技術進歩は低下しながら、経済は曲線  $\xi=\xi(g)$  と曲線  $g=g(\xi, L_t)$  の交点  $S_t$  の極限  $S_\infty$  に向っていく。この極限  $S_\infty$  は、直線  $\xi=Z_{p,\infty}$  上の点にあるため、定常状態は必ず人口成長ゼロとなる。また、この極限  $S_\infty$  は、直線  $\xi=Z_{p,\infty}$  と曲線  $\xi=\xi(g)$  の交点に等しく、最終的には死亡率の下限  $\bar{p}$  によって決定される。したがって、もし技術進歩が人口規模に依存するならば、定常状態では人口成長ゼロとなり、最終的な教育投資水準は死亡率の下限（平均寿命の上限）が決定する。逆にいいうと、これは長寿化が進展している限り、定常

状態には到達しないことを意味する。このため、図4のように一度、人口減少の領域に突入すると、長寿化の進展がやまない限りは人口減少が継続する可能性が高くなる<sup>10)</sup>。これから、(11)式の  $\xi < 1 - \gamma(1 - \bar{p})$  に注意すると、以下の命題が成り立つ（厳密な証明は「補論B」参照）。

#### 【命題2】

( $g, \xi$ ) 位相図が図4のような状態で、技術進歩  $g_{t+1}=g(\xi_t, L_t)$  が人口規模に依存するとき、定常状態の人口成長はゼロとなり、最終的な教育投資水準は平均寿命の上限が決定する。このため、ある  $t$  期で、 $w_t h_t \geq w \bar{h}$  かつ、その教育投資水準が直線  $\xi=Z_{p,t+1}$  の右側、すなわち人口減少の領域にあるならば、長寿化の進展がやまない限り、人口減少が継続する可能性が高くなる。

以上のとおり、命題1によると、人口規模が技術進歩に与える影響の有意性が、現在わが国で進行している人口減少が恒常化する可能性を判断する一つの基準となる<sup>11)</sup>。また、命題2によると、もし技術進歩が人口規模に依存するならば、定常状態を決定するのは死亡率の下限（平均寿命の上限）となる。このとき、死亡率が出生率に与える影響の有意性がその判断の基準となる。このため、以下では、これらの有意性を実証分析する。

10) ここで「可能性」としているのは、図4でも分かるように、 $g_{t+2}=g(\xi_{t+1}, L_{t+1})$  の下方シフトが大きいと、点  $D$  が人口増加の領域に位置する可能性も否定できないためである。このようなケースでは、人口成長は正值と負値の間を振動しながら極限  $S_\infty$  に収束していく。

11) これは規模効果（scale effects）と呼ばれる。Jones [1995] は、定常成長率に規模効果があると予測するローマー・モデルの結論が戦後のOECDデータと矛盾すると指摘している。このため、Jones [1995] は規模効果に否定的としているが、Kremer [1993] は紀元前100万年からの世界の人口規模と人口成長率との関係を実証分析し、この両者にはプラスの相関があると推定している。これは、規模効果をどのくらいの時間間隔で考えるのかによってその有意性が異なる可能性を示唆している。また、Jones [1995] は、OECDデータについて実証分析を行っているわけではないので留意が必要である。

#### 4.2 実証分析

まずは(13)式に相当する以下の(18)式によつて、人口規模が技術進歩に与える影響の有意性を実証分析する。具体的には、1985年から2003年までの先進5カ国（日本、アメリカ、イギリス、ドイツ、フランス）の以下のデータをもちいて、時系列パネル固定効果分析を行う。

$$\log(g_t) = G_1 \log(\xi_{t-1}) + G_2 \log(L_{t-1}) + G_3 + \varepsilon_t \quad (18)$$

#### <データ>

$g_t$ ：全要素生産性の伸び（TFP Growth）（単位：%）（出所：OECD Statistics v.4.4）ただし、技術進歩（年率）の原系列は、景気変動などの様々なショックを内在し、技術進歩の長期的趨勢を捉えていない可能性があるため、Hodrick-Prescott Filterでトレンド要因を抽出

$\xi_t$ ：国民総所得に占める教育費の割合（education expenditure of GNI）（単位：%）（出所：World Development Indicators 2005）

$L_t$ ：15歳～64歳人口（単位：千人）（出所：OECD ALFS Summary tables）

この推定結果が表1である。なお、実際の推計は内生性の問題を考慮し、説明変数にラグをとることで外生変数として取り扱っている。この結果をみると、(18)式で理論的に期待される符号条件 ( $G_1 > 0, G_2 > 0$ ) を満たすとともに、人口規模の係数 (4.638) は1%有意水準となっている。

このため、命題2より、死亡率が出生率に与える影響の有意性が重要となる。このため、次に、(14)式に相当する以下の(19)式によって、死亡率が出生率に与える影響の有意性を実証分析する。具体的には、1985年から2003年までの先進5カ国（日本、アメリカ、イギリス、ドイツ、フランス）の以下のデータをもちいて、時系列パネル固定効果分析を行う<sup>12)</sup>。

12) (19)式のうち「標準化失業率」がない形で推計すると、

表1 技術進歩関数の推定結果（推計方法：時系列パネル固定効果）  
被説明変数：技術進歩トレンド要因（TFP Growth Trend：原系列のトレンド要因）

	係数	標準誤差	t値
人口(-1)	4.638***	0.818	5.668
国民総所得に占める教育費の割合(-1)	2.619***	0.204	12.868
定数項	-55.515***	9.112	-6.092
全標本数 270			
Adjusted R-squared 0.731			
Correlated Random Effects - Hausman Test			
Test Summary	$\chi^2$ 統計量	$\chi^2$ d.f.	p 値
Cross-section random	46.775	2	0.000

(注1) 全変数に自然対数をとって推計している。また、TFP Growth のトレンド要因は、Hodrick-Prescott Filter によって分解している。

(注2) 係数の\*\*\*は1%有意水準で有意であることを示す。

表2 出生率関数の推定結果（推計方法：時系列パネル固定効果）  
被説明変数：出生率（TFR：原系列）

	係数	標準誤差	t値
1 / 平均寿命(-1)	0.884**	0.383	-2.309
国民総所得に占める教育費の割合(-1)	0.099	0.062	1.600
標準化失業率	-0.069***	0.0245	-2.807
定数項	4.295**	1.686	2.547
全標本数 255			
Adjusted R-squared 0.919			
Correlated Random Effects - Hausman Test			
Test Summary	$\chi^2$ 統計量	$\chi^2$ d.f.	p 値
Cross-section random	19.647	3	0.0002

(注1) 全変数に自然対数をとって推計している。なお、係数の\*\*\*は1%有意水準、\*\*は5%有意水準で有意であることを示す。

$$\log(n_t) = N_1 \log(p_{t-1}) + N_2 \log(\xi_t) + N_3 \log(u_t) + N_4 + \varepsilon_t \quad (19)$$

理論的に期待される符号条件 ( $N_1 > 0, N_2 < 0$ ) のうち  $N_2 < 0$  が満たされず、表2よりも Adjusted R-squared が若干低下する。これは、Omitted Variables の問題が関係していると思われる。このため、(19)式には最初から、雇用環境も出生率に影響を与えていると指摘する戸田 [2007] 等の研究を参考に、「標準化失業率」を操作変数として追加している。

### <データ>

$n_t$ ：合計特殊出生率（TFR）（出所：(1) United Nations, Demographic Yearbook, (2) 国立社会保障・人口問題研究所, (3) Council of Europe, Recent Demographic Developments in Europe, 2003, (4) U.S. Department of Health and Human Services, National Vital Statistics Report, Vol.51-No.2, Vol.53-No.9, (5) Eurostat Statistics in Focus: Population and Social Conditions 13/2004）

表3 出生率関数の推定結果（推計方法：時系列パネル固定効果十二段階最小二乗法）

【第1式】  
被説明変数：出生率（TFR：原系列）

	係数	標準誤差	t値
1 / 平均寿命(-1)	1.424***	0.471	-3.021
国民総所得に占める教育費の割合	-0.288*	0.172	-1.670
標準化失業率	-0.089***	0.028	-3.141
定数項	7.321***	2.183	3.353

全標本数 255

Adjusted R-squared 0.915

【第2式】  
被説明変数：平均寿命（原系列）

	係数	標準誤差	t値
雇用者一人あたり実質GDP(-1)	0.177***	0.007	22.591
定数項	2.377***	0.085	27.812

全標本数 85

Adjusted R-squared 0.957

【第3式】  
被説明変数：国民総所得に占める教育費の割合（原系列）

	係数	標準誤差	t値
雇用者一人あたり実質GDP(-1)	0.191*	0.109	-1.759
定数項	3.739***	1.187	3.151

全標本数 85

Adjusted R-squared 0.872

(注1) 全変数に自然対数をとって推計している。係数の\*\*\*は1%有意水準、\*は10%有意水準で有意であることを示す。

(注2) 操作変数は、標準化失業率と雇用者一人あたり実質GDPの原系列をもちいている。

$p_t$ ：1/平均寿命（単位：1/年）（出所：国立社会保障・人口問題研究所「人口統計資料集」）

$\xi_t$ ：国民総所得に占める教育費の割合（education expenditure of GNI）（単位：%）（出所：World Development Indicators 2005）

$u_t$ ：標準化失業率（Standardised Unemployment Rates）（単位：%）（出所：OECD Labour Force Statistics）

この推定結果が表2である。なお、実際の推計は内生性の問題を考慮し、説明変数にラグをとることで外生変数として取り扱っている。この結果をみると、(19)式で理論的に期待される符号条件 ( $N_1 > 0, N_2 < 0$ ) のうち  $N_2 < 0$  が満たされていない。ただ、平均寿命と国民総所得に占める教育費の割合は、一人あたりGDPなどを通じて相関をもち、推計結果にバイアスをもたらしている可能性もある。この影響を考慮するため、時系列パネル固定効果分析十二段階最小二乗法によって再推計した結果が表3である。具体的には、表中の第1式に、第2式と第3式を追加して推計している。この結果をみると、(19)式で理論的に期待される符号条件 ( $N_1 > 0, N_2 < 0$ ) を満たすとともに、死亡率に関係する係数 (1.424) は1%有意水準となっている。

以上の推定結果を踏まえると、人口規模が技術進歩に与える影響、また、死亡率が出生率に

与える影響は、両方とも有意であると推測される。このため、命題2を踏まえると、現在人口減少が進展しているわが国においては、長寿化の進展がやまない限り、人口減少が継続する可能性が高いことが示唆される。

## 5. まとめに代えて

まず、本稿では、人口転換論の視点から、Galor and Weil [2000] モデルに死亡率を組み込み、現在わが国で進行している人口減少についての理論分析を行った。これは次のことを明らかにした。まず一つは、仮に技術進歩が人口規模に依存しないならば、現在わが国で進行している人口減少は恒常化する可能性が高いことである。もう一つは、仮に技術進歩が人口規模に依存するとしても、今後とも長寿化が進展するならば、人口減少が継続する可能性が高いことである。

また、実証分析として、上記を判別するため、先進5カ国（日本、アメリカ、イギリス、ドイツ、フランス）におけるOECDデータ等をもじりて、人口規模が技術進歩に与える影響と、長寿化が出生数に与える影響の推定を行ったところ、それは有意であるとの結論が得られた。このため、本稿における実証分析の結果からは、今後とも長寿化が進展する限り、人口減少が継続する可能性が高いことが明らかとなった。

なお、最後に、筆者の考える本稿の課題を2点ほど述べておきたい。

第1は、第3節で構築したGalor and Weil [2000] の改良モデルの精緻化である。このモデルは、技術進歩と教育投資水準が出生数と死亡率に与える影響に注目するため、土地と人的資本を生産要素とする閉鎖経済としているが、物的資本の役割やそれと関係の深い資本市場の役割を過少評価している可能性がある。だが、資本市場の発達による様々な金融商品の普及は、子供に頼らずに、老齢期の生活ヘッジを可能としている。すなわち、子供を消費財としてのみ

ではなく、老後のための貯蓄・資本財とみなすと、各家計は、老後の面倒をみててくれる確率を含め、その収益率と金融商品の収益率を比較して出生数を決定している可能性も否定できない。このため、こうしたメカニズムを取込み、その分析を深める価値は十分にあるものと思われるが、本稿ではそこまでの分析を行っていないため、それは今後の課題としたい。

第2は、技術進歩と人口規模との関係である。本稿における簡単な実証分析では、技術進歩の規模効果が統計上有意に推定されたが、その推定はさらに精緻化する必要がある。仮に規模効果が有意でないと、現在わが国で進行している人口減少は恒常化する可能性が高い。他方、規模効果が有意だと、人口減少の継続は長寿化の進展が決定するが、その期間は、労働投入量の減少のみでなく、全要素生産性の低下を通じてもGDP成長率にマイナスの影響を与えることになる。このため、技術進歩の規模効果に関する推定はとても重要であり、その精緻化も今後の課題としたい。

## 補論A

まず、 $w_t h_t (1 - \zeta_{t+1} n_{t+1}) \geq (1 - p_t) \tilde{C}$  ならば、第 $t$ 世代は、(8)・(12)式を前提に、(10)式に(9)式を代入した以下の期待効用を最大化するように $(n_{t+1}, \zeta_{t+1})$  を選択する<sup>13)</sup>。

$$\begin{aligned} E(U_t) = & (1 - \gamma(1 - p_t)) \log n_{t+1} w_{t+1} h_{t+1} \\ & + \gamma(1 - p_t) \log w_t h_t (1 - \zeta_{t+1} n_{t+1}) / (1 - p_t) \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

具体的には、(A1)式の最大化条件は以下を与える。

$$(1 - \gamma(1 - p_t)) \frac{1}{n_{t+1}} = \gamma(1 - p_t) \frac{\zeta_{t+1}}{1 - \zeta_{t+1} n_{t+1}} \quad (\text{A2})$$

$$(1 - \gamma(1 - p_t)) \frac{1}{h_{t+1}} \frac{\partial h_{t+1}}{\partial \zeta_{t+1}} = \gamma(1 - p_t) \frac{n_{t+1}}{1 - \zeta_{t+1} n_{t+1}} \quad (\text{A3})$$

13) 数学的には不等式制約のもとでの最大化条件であるクーン=タッカーの方法をもちいる方法もある。

これは $(n_t, \zeta_t)$  の連立方程式のため、(A2)式を(A3)式に代入すると以下を得る。

$$n_{t+1} \zeta_{t+1} = 1 - \gamma(1 - p_t) \quad (\text{A4})$$

$$\zeta_{t+1} \frac{1}{h_{t+1}} \frac{\partial h_{t+1}}{\partial \zeta_{t+1}} = 1 \quad (\text{A5})$$

ただし、(A4)式が成り立つのは、 $w_t h_t (1 - \zeta_{t+1} n_{t+1}) \geq (1 - p_t) \tilde{C}$  の場合であるから、その条件を求めるとき、以下の関係が与えられる。

$$w_t h_t \geq w \tilde{h} \equiv \frac{\tilde{C}}{\gamma} \quad (\text{A6})$$

また、(A5)式と(12)式は $(g_t, \zeta_t)$  の連立方程式となるため以下を導く。

$$\zeta_t = \zeta(g_t) \quad (\text{A7})$$

これを前提に、(A5)式の両辺を $g_{t+1}$  で微分すると以下のようになる。

$$\zeta' h_t + \zeta(h_{gg} \zeta' + h_{gg}) = h_t \zeta' + h_g \Leftrightarrow -\zeta h_{gg} \zeta' = \zeta h_{gg} - h_g$$

ここで、 $h_{gg}(g_t, \zeta_t) > 0$ ,  $h_{gg, \zeta}(g_t, \zeta_t) < 0$ かつ $h_{gg}(g_t, \zeta_t) < 0$ のため、上記は以下を導く。

$$\zeta_{g_t}(g_t) > 0 \quad (\text{A8})$$

ただし、 $\zeta_t \geq \tilde{\zeta}$  のため、(A8)式が成り立つのは、(A7)式から $g_t \geq \tilde{g} \equiv \zeta^{-1}(\tilde{\zeta})$  のときで、それ以外のときは $\zeta_{g_t}(g_t) = 0$  となる。

次に、 $w_t h_t (1 - \zeta_{t+1} n_{t+1}) \leq (1 - p_t) \tilde{C}$  ならば、生涯消費の下限は $\tilde{C}$  のため、上記の議論から、(9)式の制約は以下のようになる。

$$n_{t+1} \zeta_{t+1} = 1 - \frac{\tilde{C}}{w_t h_t} \text{ if } w_t h_t \leq w \tilde{h} \quad (\text{A9})$$

このとき、第 $t$ 世代は、(8)・(12)式と(A9)式を前提に、(10)式に $C_t = \tilde{C}$  を代入した以下の期待効用を最大化するように $(n_{t+1}, \zeta_{t+1})$  を選択する。

$$E(U_t) = (1 - \gamma(1 - p_t)) \log n_{t+1} w_{t+1} h_{t+1} + \gamma(1 - p_t) \log \tilde{C}$$

具体的には、未定乗数を $\lambda$ として、この最大化条件は以下を与える。

$$(1 - \gamma(1 - p_t)) \frac{1}{n_{t+1}} = \lambda \zeta_{t+1} w_t h_t \quad (\text{A10})$$

$$(1 - \gamma(1 - p_t)) \frac{1}{h_{t+1}} \frac{\partial h_{t+1}}{\partial \zeta_{t+1}} = \lambda n_{t+1} w_t h_t \quad (\text{A11})$$

この(A10)・(A11)式も簡単な計算で、結局は以下を導くため、(A9)式のもとでも(A7)・(A8)式が成り立つ。

$$\zeta_{t+1} \frac{1}{h_{t+1}} \frac{\partial h_{t+1}}{\partial \zeta_{t+1}} = 1$$

## 補論B

本補論では、命題2を以下の数学的表現に変換し、この命題が成立することを証明する。

### 命題2（数学的表現）

$(g, \zeta)$  位相図が図4のような状態で、技術進歩 $g_{t+1} = g(\zeta_t, L_t)$  が人口規模に依存するとき、定常状態の人口成長はゼロとなり、そこで教育投資水準は平均寿命の上限が決定する。このため、ある初期において、 $w_t h_t \geq w \tilde{h}$ かつ、その教育投資水準が直線 $\zeta = Z_{p, t+1}$ の右側、すなわち人口減少の領域にあり、以下が成り立つ<sup>14)</sup>ならば、その人口区間 $[L_{\min}, L_{\max}]$ で人口減少は継続する。

$$\begin{aligned} & [\forall L_t \in [L_{\min}, L_{\max}] \text{ ただし, } \exists L_{\min} < L_t] \text{ に対して, } -\Delta p_t > \frac{b}{4a\gamma} \\ & \text{where } a \equiv \min_{L_{\min} < L_t < L_{\max}} \left[ \frac{1}{\partial \zeta(g_t) / \partial g_t} \frac{\partial^2 g(\zeta_t, L_t) / \partial \zeta^2}{\partial g(\zeta_t, L_t) / \partial g_t} \right] \\ & b \equiv \max_{L_{\min} < L_t < L_{\max}} \left[ \frac{\partial g(\zeta_t, L_t) / \partial L_t}{\partial L_t} \right] \end{aligned}$$

### 証明

前段は自明のため、後段を証明する。まず、 $w_t h_t \geq w \tilde{h}$ を満たすとき、第3節のモデル体系は以下のとおり、離散形式から微分形式に変換できる。

$$\cdot n \zeta = 1 - \gamma(1 - p) \quad (\text{B1})$$

$$\rightarrow n d\zeta + \zeta dn = \gamma dp \quad (\text{B2})$$

$$\cdot dL = (n-1) L dt \quad (\text{B3})$$

14) 直感的に、「 $-\Delta p_t$ 」は図4の垂直線 $Z_p$ の左シフト幅、「 $b/a$ 」は(13)式と(15)式の交点 $S$ の $\zeta$ 軸上のシフト幅の最大値を意味している。

$$\begin{aligned} \cdot \zeta &= \zeta(g) \\ \rightarrow d\zeta &= \partial \zeta(g)/\partial g dg \end{aligned} \quad (B3)$$

$$\begin{aligned} \cdot g &= g(\zeta, L) \\ \rightarrow dg &= \partial g(\zeta, L)/\partial \zeta d\zeta + \partial g(\zeta, L)/\partial L dL \end{aligned} \quad (B4)$$

次に、(B4)式に(B2)式と(B3)式を代入すると、以下の関係が与えられる。

$$\left[ \frac{1}{\partial \zeta(g)/\partial g} - \partial g(\zeta, L)/\partial \zeta \right] d\zeta = \partial g(\zeta, L)/\partial L (n-1) L dt$$

この式に(B1)式を代入して、 $\zeta$ を消去し、整理すると以下を導く。

$$\gamma \frac{dp}{dt} - \frac{\frac{\partial g(\zeta, L)}{\partial L} L}{\left[ \frac{1}{\partial \zeta(g)/\partial g} - \partial g(\zeta, L)/\partial \zeta \right]} n(n-1) = \zeta \frac{dn}{dt} \quad (B5)$$

ところで、(B3)式と(B4)式から、 $a$ は図4の $t_0$ 期以降の交点 $S_t$ での(13)式と(15)式の接線の傾きの差の最大値に等しい。また、 $\partial g(\zeta, L)/\partial L$ は $L$ の増加関数である。このため、 $a > 0, b > 0$ となる。したがって、いま人口減少であると、 $0 < n(1-n) \leq 1/4$ だから以下が成り立つ。

$$\frac{b}{4a} \geq \frac{b}{a} n(1-n)$$

そして、 $a, b$ の定義から以下が成り立つ。

$$\frac{b}{4a} \geq \frac{b}{a} n(1-n) \geq \frac{\frac{\partial g(\zeta, L)}{\partial L} L}{\left[ \frac{1}{\partial \zeta(g)/\partial g} - \partial g(\zeta, L)/\partial \zeta \right]} n(1-n) \quad (B6)$$

このため、(B6)式に(B5)式を代入すると、以下の関係が与えられる。

$$\gamma \frac{dp}{dt} + \frac{b}{4a} \geq \gamma \frac{dp}{dt} + \frac{b}{a} n(1-n) \geq \zeta \frac{dn}{dt} \quad (B7)$$

この関係式において「左辺<0」であり、 $dn/dt < 0$ が成立するが、 $t_0$ 期は既に人口減少であるため、人口区間 $[L_{min}, L_{t_0}]$ で人口減少は継続することになる。  
[証明終]

なお、特に $n=1-\varepsilon$ の近傍( $\varepsilon>0$ )において、長寿化の進展があるならば、 $a, b$ の値にかかわ

らず以下が成立しやすくなり、(B7)式から、人口減少の継続可能性は高くなる。

$$0 > \gamma \frac{dp}{dt} + \frac{b}{a} n(1-n)$$

### 謝辞

本稿を作成する過程で、一橋大学大学院・経済学研究科の山重慎二准教授、明治大学・政治経済学部の加藤久和教授、慶應義塾大学・法学院の麻生良文教授等から有益なコメントを頂いた。記して感謝したい。なお、本稿の内容は全て執筆者の個人的見解であり、筆者の属する機関の公式見解を示すものではない。また、本稿における誤謬は全て筆者に帰するものである。

### 参考文献

- 阿藤誠 [2000], 『現代人口学』日本評論社。  
 小黒一正 [2007], 「人口減少の罠は脱出できるか？—人口転換論 (Demographic Transition Theory) を中心に—」財務省財務総合政策研究所 Discussion Paper Series 07A-18.  
 河野稠果 [2007], 『人口学への招待——少子・高齢化はどこまで解明されたか』中公新書。  
 戸田淳仁 [2007], 「出生率の実証分析——景気や家族政策との関係を中心に」RIETI Discussion Paper Series 07-J-007.  
 Adda, Jerome and Russell W. Cooper [2003], *Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications*, The MIT Press.  
 Becker, G. S. [1960], "An Economic Analysis of Fertility", *Demographic and Economic Change in Developed Countries*, by National Bureau of Economic Research. Princeton, Princeton University Press, pp.209-240.  
 Becker, G. S. [1965], "A Theory of the Allocation of Time," *The Economic Journal*, Vol. 75, No.299, pp.493-517.  
 Becker, G. S. and H. G. Lewis [1973], "On the Interaction Between Quantity and Quality of Children," *Journal of Political Economy*, 81 (2) part II: pp.S279-S288.  
 Barro, R. J. and G. S. Becker [1989], "Fertility Choice in a Model of Economic Growth," *Econometrica*, Vol.57, No.2, pp.481-501.  
 Becker, G. S. and R. J. Barro [1988], "A Reformulation of the Economic Theory of Fertility," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 103, pp.1-25.  
 Cleland, J. [2001], "The Effects of Improved Survival on Fertility: A reassessment," *Population and Development Review*, Vol.27, Supplement: Global Fertility Transition, pp.60-92.  
 Cleland, J. and C. Wilson [1987], "Demand Theories of the Fertility Transition: an Iconoclastic View," *Population Studies*, Vol.41, No. 1, pp.5-30.  
 Galor, O. and D. N. Weil [2000], "Population, Technology, and Growth: From Malthusian Stagnation to the Demographic Transition and Beyond," *The American Economic Review*, Vol.90, No.4, pp.806-828.  
 Jones, C. I. [1995], R & D-Based Models of Economic Growth," *Journal of Political Economy*, Vol.103, No.4, pp.759-784.  
 Kremer, M. [1993], "Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990," *Quarterly Journal of Economics*, vol. 108, August, pp.681-716.  
 Lee, R. [2003], "The Demographic Transition: Three Centuries of Fundamental Change," *Journal of Economic Perspectives*, v. 17, n. 4 (Fall), pp.167-190.  
 Schultz, T. [1964], *Transforming Traditional Agriculture*, New Haven, CT: Yale University Press.  
 United Nations [2005], *World Population Prospects: The 2004 Revision*.  
 Van de Walle, E. [1974], *The Female Population of France in the Nineteenth Century*, Princeton: Princeton University Press.  
 Yakita, Akira [2001], "Uncertain lifetime, fertility and social security," *Journal of Population Economics*, vol.14, pp.635-640.